УДК 621.391 160164

В.Л. Волошко, А.В. Лозовський

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

УПРАВЛІННЯ РИЗИКАМИ ВИБОРУ ТЕХНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

В роботі розглянуто пошук вектору цільових змінних, який задовольняє накладеним обмеженням та оптимізує векторну функцію, аргументи якої відповідають цільовим функціям. Побудований алгоритм, за допомогою якого можна обрати метали, що найкраще задовольняють умовам технології виготовлення деталі за умов максимізації та мінімізації деяких її властивостей. При цьому враховуються характеристики металів, що використовуються.

Ключові слова: *управління ризиками, багатокритеріальна задача оптимізації, метод лінійної згортки критеріїв, симплексний метод.*

The paper considers the search for a vector of target variables that satisfies the established restrictions and optimizes the vector function, the elements of which correspond to the target functions. An algorithm has been built with the help of which you can select the most suitable metals for the manufacture of a given part, subject to the maximization and minimization of some of its properties, taking into account the characteristics of the metals used.

Key words: *risk management, multiobjective optimization problem, linear criteria convolution method, simplex method.*

Вступ. Управління ризиком – процес прийняття рішення, який характеризуються багатоваріантністю розвитку подій і можливістю виникнення непередбачених ситуацій. Задача полягає у пошуку вектору цільових змінних, який задовольняє накладеним обмеженням та оптимізує векторну цільову функцію, яка утворює систему критеріїв та взаємозалежних характеристик[1]. На їх базі моделюється багатокритеріальна задача математичного програмування. В цьому випадку складно знайти розв'язок, який задовольняє усім суперечливим критеріям та системі обмежень. Дійсно, при багатьох цілях, які можуть конфліктувати одна з одною, взагалі кажучи, неможливо обрати рішення, яке буде задовольняти усі критерії [2]. Потрібно обрати найважливіші критерії і робити висновок, зважаючи

© Волошко В.Л., Лозовський А.В., 2022

саме на них, це і є ризиком, тому що, обираючи найважливіші критерії, особа, що приймає рішення керується власним досвідом. Наприклад, при виготовленні деталі ми маємо деяку множину металів, з яких потрібно вибрати один або зробити сплав, якщо є декілька характеристик цієї деталі. Неможливо оптимізувати усі характеристики одразу, тому що, зазвичай, метали мають різні властивості, які можуть конкурувати. Для особи, яка приймає рішення слід обрати найкращій метал, зважаючи на характеристики деталі і при цьому встановити пріоритет за їх важливістю, включаючи економічний чинник. Від цього рішення залежить, чи повністю буде відповідати деталь технологічним задачам її експлуатації.

Постановка задачі. Треба виготовити конструкційну деталь, яка повинна мати певні властивості, наприклад, бути міцною та легкою. При цьому слід зважати на всі властивості, які будуть оптимізуватися. Для виготовлення дається перелік металів та їх характеристик, які будуть впливати на властивості цієї деталі. Зазвичай виготовляється сплав з декількох металів, для того, щоб отримана деталь максимально задовольняла заданим обмеженням, наприклад, на вагу деталі та ціну виготовлення. За математичною постановкою це буде задача лінійної оптимізації, розв'язком якої будуть об'єми металів, з яких складається сплав.

Фізичний опис задачі. Нехай треба виготовити деталь об'ємом 125см^3, щоб вартість її виготовлення не перевищувала 8 грн., а вага не була більшою, ніж 800 г. Розглядаються такі матеріали для застосування: залізо, кобальт, нікель, марганець, алюміній, чавун, олово, свинець, хром, мідь. Кожен метал має своє власне числове значення характеристики, яка буде додана до списку властивостей металів, в якому будуть відображатися значення критеріїв.

В таблиці 1 наведені характеристики металів: щільність (питома вага), ціна (вартість за один кілограм металу), теплове розширення (коефіцієнт впливу температури на деформацію металу).

Позначимо характеристики металів із таблиці:

ρ – щільність, p – ціна за кілограм, t – теплове розширення.

Нехай $x_1, x_2, \dots x_n$ – об'єми кожного із металів, що будуть входять до сплаву. Тоді цільові функції можна визначити так:

$$\begin{cases} \text{вага} = F_1 = \rho_1 x_1 + \dots + \rho_n x_n \to min \\ \text{ціна металу} = F_2 = p\rho_1 x_1 + \dots + p\rho_n x_n \to min \\ \text{теплове розширення} = F_3 = \dfrac{x_1 t_1}{V} + \dots + \dfrac{x_n t_n}{V} \to min \end{cases}$$

Таблиця 1

Характеристики металів

Метали	Щільність (г/см^3)	Ціна (грн/кг)	Теплове розширення	Міцність (МПа)	Пластичність (%)
Залізо	7.87	11	12	250	45
Кобальт	8.7	80	12	240	3
Нікель	8.96	200	13.5	400	48
Марганець	7.44	70	22.1	200	2
Алюміній	2.70	25	21.8	80	50
Чавун	7.2	5	10	225	12
Олово	7.29	300	22.3	20	40
Свинець	11.34	40	28.5	18	65
Хром	7.1	150	6.25	275	1
Мідь	8.92	100	16.85	220	55

Зважаючи на обмеження щодо характеристик деталі, отримаємо таку багатокритеріальну задачу лінійного програмування:

$$\begin{cases} F_1 = \rho_1 x_1 + \cdots + \rho_n x_n \to min \\ F_2 = p\rho_1 x_1 + \cdots + p\rho_n x_n \to min \\ F_3 = \frac{x_1 t_1}{V} + \cdots + \frac{x_n t_n}{V} \to min \\ x_1 + \cdots + x_n = 125 \\ F_1 < 800 \\ F_2 < 8 \end{cases}.$$

Розв’язування задачі багатокритеріальної оптимізації. Спочатку треба обрати тільки ті метали, які входять в систему обмежень. Далі побудуємо множину Парето. Для цього кожен матеріал будемо порівнювати з іншим і знак порівняння буде залежати від того чи ми мінімізуємо або максимізуємо функцію. Якщо при порівнянні виявляється, що один метал кращий за інший, то за визначенням, другий не потрапить в множину Парето.

Алгоритм побудови множини Парето:

Крок 1. Покласти $P(Y) = Y$, де $P(Y)$ – Парето-оптимальна множина, Y – множина можливих векторів. Тобто спочатку множина Парето буде збігатися з множиною можливих розв’язків. Тим самим утворюється так звана початкова, а потім поточна множина парето-оптимальних векторів, яка на початку роботи алгоритму збігається з початковою множиною можливих розв’язків Y, а в кінці – складе шуканий оптимальний розв’язок. Алгоритм побудований таким

чином, що шукана множина парето-оптимальних векторів міститься в Y послідовним видаленням неоптимальних векторів.

Крок 2. Перевірити виконання нерівності $y(i) \geq y(j)$. Якщо воно виявилося істинним, то перейти до кроку 3. В іншому випадку перейти до кроку 5.

Крок 3. Видалити з поточної множини векторів $P(Y)$ вектор $y(j)$, бо він не є парето-оптимальним. Потім перейти до Кроку 4.

Крок 4. Перевірити виконання нерівності $j < N$. Якщо воно має місце, то покласти $j = j + 1$ і повернутися до кроку 2. В іншому випадку – перейти до кроку 7.

Крок 5. Перевірити справедливість нерівності $y(j) \geq y(i)$. У тому випадку, коли воно є істинним, перейти до кроку 6. В іншому випадку – повернутися до кроку 4.

Крок 6. Видалити з поточної множини векторів $P(Y)$ вектор $y(i)$ і перейти до кроку 7.

Крок 7. Перевірити виконання нерівності $i < N - 1$. У разі істинності цієї нерівності, слід послідовно покласти $i = i + 1$, а потім $j = i + 1$. Після цього необхідно повернутися до кроку 2. В іншому випадку (тобто коли $i \geq N - 1$) обчислення закінчити. До цього моменту множини парето-оптимальних векторів побудовано повністю.

При знаходженні цієї множини в кожному з критеріїв потрібно обирати знак порівняння в залежності від того, максимізується чи мінімізується цей критерій. Так якщо максимізується, потрібно обирати більше значення, а якщо мінімізується – менше.

Після того, як множина Парето побудована, потрібно розв'язати задачу багатокритеріальної оптимізації. У цій задачі п'ять цільових функцій, але перед розв'язанням потрібно цільові функції звести до одного вигляду. Тобто, якщо у системі цільових функцій не усі функції максимізуються або мінімізуються треба звести до максимізації або мінімізації усіх функцій. Щоб перетворити задачу до протилежної потрібно знак цільової функції змінити на протилежний [3].

Після процесу переходу до однорідних критеріїв цільових функцій, скористаємося методом їх згортки, щоб перейти від трьох функцій до однієї. Розподілимо коефіцієнти таким чином (0.5, 0.4, 0.1), що відбувається відповідно до досвіду виробничого процесу.

$$F = 0.5F_1 + 0.4F_2 + 0.1F_3 \rightarrow min$$

Коефіцієнти цільових функцій мають різні розмірності, їх потрібно привести до безрозмірних величин. Застосуємо для цього формулу нормуванням по максимальному критерію:

$\begin{cases} \acute{a} = \frac{a}{a_{max}} \end{cases}$, де

a – коефіцієнт критерія, який нормуємо,

a_{max} – максимальний коефіцієнт критерія у цільовій функції.

В результаті нормування, коефіцієнти будуть знаходитися в інтервалі $[0,1]$, тобто порядок їх величин буде однаковий.

Після нормування критеріїв і застосування методу згортки критеріїв перейдемо до системи:

$$\begin{cases} F = 0.5F_1 + 0.4F_2 + 0.1F_3 = 0.8x_1 + 0.5x_2 + 0.2x_3 \to min \\ x_1 + x_2 + x_3 = 125 \\ 2.7x_1 + 7.2x_2 + 7.1x_3 < 800 \\ 0.07x_1 + 0.04x_2 + x_3 < 8 \end{cases}$$

Отриману систему розв'яжемо за допомогою симплекс методу [4].

Отримаємо розв'язки:

$$x_1 = 22 \text{ см}^3, x_2 = 100 \text{ см}^3, x_3 = 3 \text{ см}^3$$

Тобто, об'єм алюмінію у сплаві 22 см^3, чавуну – 100 см^3 та хрому – 3 см^3.

Висновок. На підставі викладеного матеріалу можна зробити висновок про наявність передумов для практичного застосування методів управління ризиками та багатокритеріальної оптимізації щодо розв'язку економічних, планових, фінансових і управлінських завдань в діяльності підприємств. Багатокритеріальна оптимізація є одним з методів розв'язку природних протиріч, що виникають при розв'язанні планово-економічних завдань, оскільки в більшості випадків недоцільно спрямовувати зусилля на досягнення лише однієї мети (часто локальної), але необхідно прагнути розробки якісного плану, зорієнтованого на досягнення найважливіших цілей підприємства. Так, для досягнення декількох цілей, щодо характеристик деталі, доцільно використовувати сплав з декількох металів, кожен з яких має свої унікальні характеристики.

Багатокритеріальний підхід є методичним підґрунтям подолання певної міри неточності і неповноти початкових даних, які використовуються для вирішення оптимізаційних планових завдань діяльності підприємств [1,2].

При виконанні роботи був побудований алгоритм вибору найкращого конструкційного матеріалу при декількох цільових функціях. Вибір металу був здійснений шляхом побудови Парето – оптимальної множини металів, а потім найкращий метал був обраний за допомогою методу лінійної згортки критеріїв. Запропонована задача оптимального створення сплаву з декількох металів для отримання

кращого результату з урахуванням технологічних та конструктивних вимог до виробу. Проблема була зведена до задачі однокритеріальної оптимізації, а потім розв'язана за допомогою симплексного методу. Для розв'язування означених задач був створений програмний продукт, який пройшов дослідну експлуатацію та показав обчислювальну ефективність.

Бібліографічні посилання

1. **Панкратова Н.Д**. Систсемний анадіз. Теорія і застосування. –К : Наукова думка, 2018.– 347с.
2. **Кісельова О.М.** Становлення та розвиток теорії оптимального розбиття множин. Теоретичні і практичні застосування. – Дніпро : Ліра, 2018.– 532 с.
3. **Ус С.А., Коряшкіна Л.С.** Моделі й методи прийняття рішень. – Дніпро : НГУ, 2014. – 300с.
4. **Трифонов А.Г**. Многокритериальная оптимизация URL: http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book_1/ (дата звернення: 18.11.2022)

Надійшла до редколегії 22.11.2022